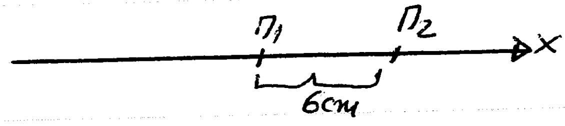
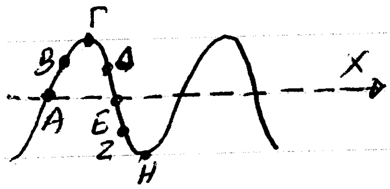
11.9.74 A α) $f=1Hz$ β) $v=5m/s$ γ) $v_{max}=0{,}8\pi\, m/s$ } και εδώ
B) $\psi(x,t)=0{,}04\,\eta\mu(2\pi t-0{,}4\pi x)$ (S.I) } έπρεπε $O(x=0)$

11.9.75. Π_1: $\psi_1=A\eta\mu(30\pi t)$ (S.I)
Π_2: $\psi_2=A\eta\mu(30\pi t+\frac{\pi}{6})$ (S.I)



α) Επειδή $\varphi_2>\varphi_1$ η φορά διάδοσης είναι από το Π_2 προς το Π_1
β) $\Delta\varphi=2\pi\frac{\Delta x}{\lambda}$ ή $\frac{\pi}{6}=2\pi\frac{\Delta x}{\lambda}$ ή $\lambda=0{,}72m$, $\omega=30\pi$ ή $2\pi f=30\pi$ ή $f=15Hz$
$v=\lambda f$ ή $v=0{,}72\cdot15$ ή $v=10{,}8\, m/s$
γ) $u_{max}=v=\omega A$ ή $10{,}8=30\pi\cdot A$ ή $A\simeq0{,}115m$
δ) $u_A=u_E=u_{max}$, $u_\Gamma=u_H=0$, $u_B>0$, $u_\Delta<0$, $u_Z<0$

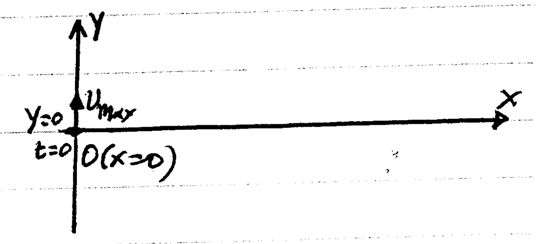


ε) $\psi_1(x,t)=A\eta\mu(\omega t+\frac{2\pi x}{\lambda})$ ⇒
⇒ $\psi_1(x,t)=0{,}115\eta\mu(30\pi t+\frac{2\pi x}{0{,}72})$ (S.I)

άρα $\psi_2(x,t)=0{,}115\eta\mu(30\pi t-\frac{2\pi x}{0{,}72})$ (S.I)

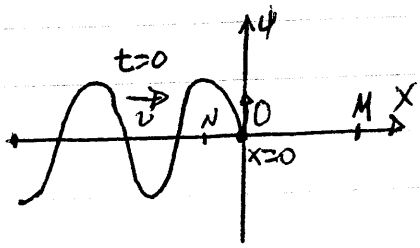
11.9.76 α) $f=\frac{N}{t}=\frac{10}{5}=2Hz$, $T=\frac{1}{f}=0{,}5s$, $\lambda=1m$
β) $v=\lambda f$ ⇒ $v=2m/s$
γ) $\Delta x=v\cdot\Delta t=2m/s\cdot50s$ ή $\Delta x=100m$
δ) $u_{max}=\omega A=2\pi f=0{,}4\pi\, m/s$

11.9.77. $\omega=2\pi f=20\pi\, rad/s$
$v=\lambda f=1m/s$



A) $\psi_0=A\eta\mu(\omega t)$ ⇒ $\psi_0=0{,}1\eta\mu(20\pi t)$
B) $\psi(x,t)=0{,}1\eta\mu(20\pi t-20\pi x)$
Γ) α) $t=\frac{x}{v}=0{,}8s$ β) $\psi_H(t)=0{,}1\eta\mu(20\pi t-16\pi)$
γ) $t=0{,}8+\frac{1}{60}=\frac{49}{60}s$, $u_H(t)=2\pi\sigma\upsilon\nu(20\pi t-16\pi)=2\pi\sigma\upsilon\nu(20\pi\cdot\frac{49}{60}-16\pi)=\pi\, m/s$
Δ) $u_0=2\pi\sigma\upsilon\nu(20\pi t)=2\pi\,\sigma\upsilon\nu(20\pi\frac{604}{60})$ ⇒ $u_0=-\pi\, m/s$ άρα $u_0<0$

11.9.78 $\omega=2\pi f=10\pi\, rad/s$, $\lambda=\frac{v}{f}=0{,}4m$
A) $\psi_0=0{,}2\eta\mu(10\pi t)$ (S.I)
B) $\psi(x,t)=0{,}2\eta\mu(10\pi t-5\pi x)$ (S.I)



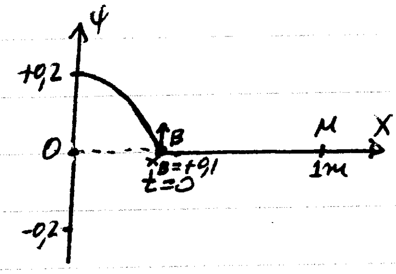
Γ) α) $t_M=\frac{x_M}{v}=1{,}25s$, $t_N=\frac{x_N}{v}=-0{,}25s$

β) $\psi_M(t) = 0{,}2\,\eta\mu(10\pi t - 12{,}5\pi)$

$\psi_N(t) = 0{,}2\,\eta\mu(10\pi t + 2{,}5\pi)$

Δ) $\Delta\varphi_{MN} = 2\pi\frac{\Delta x}{\lambda} = 2\pi\frac{3}{0{,}4}$ ή $\Delta\varphi_{MN} = 15\pi$ άρα τα Μ,Ν είναι σε αντίθεση φάσης. Αν $\psi_M = +0{,}16m$ τότε $\psi_N = -0{,}16m$.

11.9.79 $\omega = 2\pi f = 10\pi$ rad/s, $\lambda = v/f = 0{,}4m$



Α) $\psi_0 = 0{,}2\,\eta\mu(10\pi t + \frac{\pi}{2}) \xrightarrow{t=0} \psi_0 = +0{,}2m$

$v_0 = 2\pi\,\sigma\upsilon\nu(10\pi t + \frac{\pi}{2}) \xrightarrow{t=0} v_0 = 0$

$\alpha_0 = -\omega^2 A = -200\ m/s^2$

Β) $\varphi_0 = \omega\Delta t \Rightarrow \Delta t = \varphi_0/\omega = \frac{\pi/2}{10\pi}$ ή $\Delta t = 1/20\,s$

$\Delta x = (OB) = v\Delta t = 0{,}1m \Rightarrow x_B = 0{,}1m$

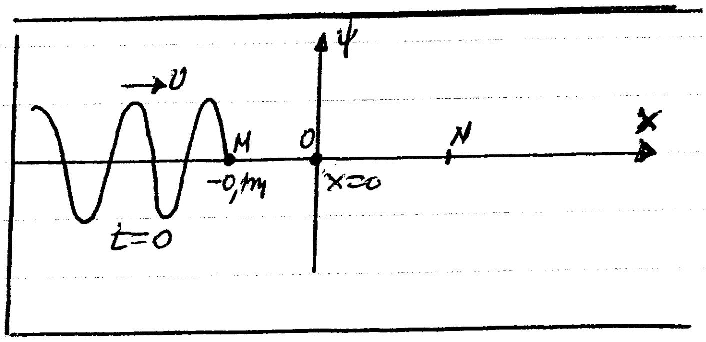
Γ) $\psi(x,t) = 0{,}2\,\eta\mu(10\pi t - 5\pi x + \frac{\pi}{2})$ (S.I.)

Δ) α) $\Delta t_{BM} = \frac{\Delta x}{v} = \frac{x_M - x_B}{v} = 0{,}45\,s$ ή $t_M - t_B = 0{,}45\,s$ ή $t_M = 0{,}45\,s$.

... διαφορετικά $\psi_M(t) = 0{,}2\,\eta\mu(10\pi t - 4{,}5\pi)$, η ταλάντωση του Μ αρχίζει όταν $\varphi_M = 0$ ή $10\pi t_M - 4{,}5\pi = 0$ ή $t_M = 0{,}45\,s$

β) $v_M(t) = 2\pi\,\sigma\upsilon\nu(10\pi t - 4{,}5\pi) \xrightarrow{t=2s} v_M = 0$.

11.9.80 $\omega = 10\pi t$, $\lambda = v/f = 0{,}3m$



Α) $\psi_M = 0{,}2\,\eta\mu(10\pi t)$ (S.I.)

Β) α) $\Delta t = \frac{\Delta x}{v} = \frac{0{,}1}{1{,}5}$ ή $t_0 = 1/15\,s$

β) $\psi_0 = 0{,}2\,\eta\mu[10\pi(t - \frac{1}{15})]$ ή

$\psi_0 = 0{,}2\,\eta\mu(10\pi t - \frac{2\pi}{3})$ ... άρα $\rightarrow \varphi_0 = -2\pi/3$

Γ) $\psi(x,t) = A\eta\mu(\omega t - \frac{2\pi x}{\lambda} + \varphi_0)$ ή $\psi(x,t) = 0{,}2\,\eta\mu(10\pi t - \frac{20\pi x}{3} - 2\pi/3)$ S.I.

και διαφορετικά χωρίς τα προηγούμενα ερωτήματα

$\psi(x,t) = 0{,}2\,\eta\mu(10\pi t - \frac{20\pi x}{3} + \varphi_0) \xrightarrow[\psi_M = 0]{t=0,\ x=-0{,}1} 0 = 0{,}2\,\eta\mu(+\frac{2\pi}{3} + \varphi_0)$

$\rightarrow \varphi_0 = -2\pi/3$

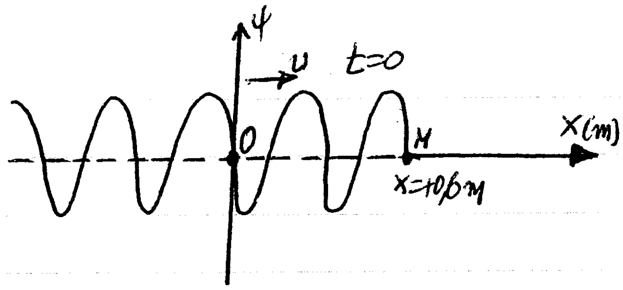
Δ) $\psi_N(t) = 0{,}2\,\eta\mu(10\pi t - \frac{20\pi}{3}\cdot 0{,}75 - \frac{2\pi}{3})$ ή $\psi_N(t) = 0{,}2\,\eta\mu(10\pi t - 17\pi/3)$ (1)

$v_0 = 2\pi\,\sigma\upsilon\nu(10\pi t - \frac{2\pi}{3}) = -2\pi \rightarrow \sigma\upsilon\nu(10\pi t - 2\pi/3) = -1$ ή

$10\pi t - 2\pi/3 = 2k\pi + \pi$ ή $10\pi t = 2k\pi + \pi + 2\pi/3 \xrightarrow{(1)}$

$\psi_N = 0{,}2\,\eta\mu(2k\pi + \pi + \frac{2\pi}{3} - \frac{17\pi}{3}) = 0{,}2\,\eta\mu(2k\pi - 4\pi) \rightarrow \psi_N = 0$

11.9.81. $\lambda = \upsilon/f = 0{,}4m$, $\omega = 10\pi\ rad/s$



A) $\psi_M = 0{,}2\eta\mu(10\pi t)$

B) α) $\Delta t = \frac{\Delta x}{\upsilon} = \frac{0{,}6}{2} = 0{,}3s \rightsquigarrow t_0 = -0{,}3s$

β) $\psi_0 = 0{,}2\eta\mu[10\pi(t+0{,}3)]$ ή $\psi_0 = 0{,}2\eta\mu(10\pi t + 3\pi)$

Γ) $\psi(x,t) = 0{,}2\eta\mu(10\pi t - 5\pi x + 3\pi)$ ... ή $\psi(x,t) = 0{,}2\eta\mu(10\pi t - \frac{2\pi x}{0{,}4} + \varphi_0)$

$\xrightarrow[t=0,\ \psi_M=0]{x=+0{,}6}$ $0 = 0{,}2\eta\mu(-3\pi + \varphi_0)$ ... $\varphi_0 = 3\pi$.

Δ) Εξίσωση του στιγμιότυπου κύματος την $t=1s$.

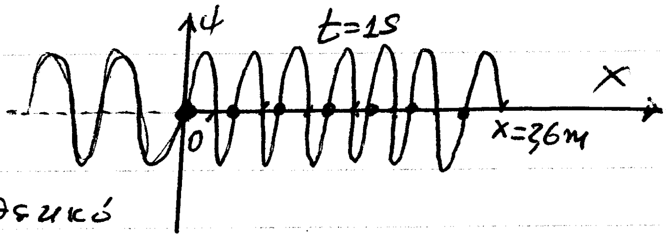
$\psi(x) = 0{,}2\eta\mu(10\pi - 5\pi x + 3\pi) \Rightarrow \psi(x) = 0{,}2\eta\mu(5\pi x)$

Σε χρόνο $\Delta t = 1s$ το κύμα έχει προχωρήσει πέρα από το M και

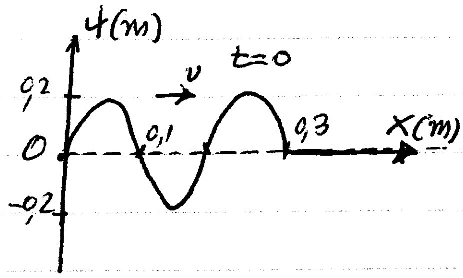
$\Delta x = \upsilon \Delta t = 2m$ άρα έχει φθάσει στη θέση $x = 2{,}6m$

$\frac{x}{\lambda} = \frac{2{,}6}{0{,}4} = 6 + \frac{1}{2}$ ή $x = 6\lambda + \frac{\lambda}{2}$

μετά δεδομένα της άσκησης μπορούμε να σχεδιάσουμε το στιγμιότυπο κύματος μόνο στο θετικό ημιάξονα Ox.



11.9.82 Από το σχήμα $\lambda = 0{,}2m$



α) $\upsilon = \lambda f = 0{,}2m \cdot 10Hz$ ή $\upsilon = 2m/s$

β) $\Delta t = \frac{\Delta x}{\upsilon} = \frac{0{,}3}{2} = 0{,}15s$ άρα $t_0 = -0{,}15s$

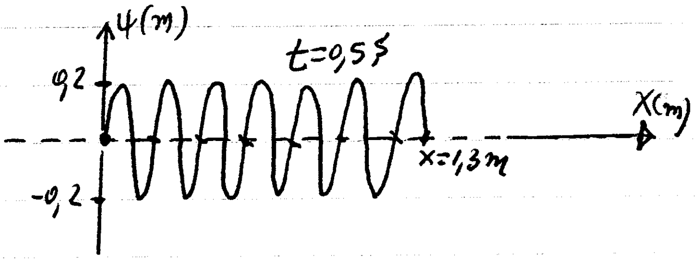
γ) $\psi_0 = A\eta\mu[\omega(t - t_0)]$ ή $\psi_0 = 0{,}2\eta\mu(20\pi t + 3\pi)$ (SI)

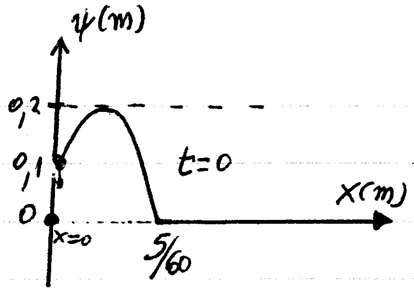
$\psi(x,t) = 0{,}2\eta\mu(20\pi t - 10\pi x + 3\pi)$ (SI)

δ) Εξίσωση στιγμιότυπου κύματος την $t = 0{,}5s$

$\psi(x) = 0{,}2\eta\mu(10\pi - 10\pi x + 3\pi)$ ή $\psi(x) = 0{,}2\eta\mu(10\pi x)$

.. Το κύμα την $t = 0{,}5s$ έχει φθάσει στη θέση $x = 1{,}3m = 6{,}5\lambda$





11.9.83. α) $f=5Hz$, $\omega=10\pi\ rad/s$

$\psi_0=A\eta\mu(\omega t+\varphi_0) \xrightarrow{t=0} 0{,}1=0{,}2\eta\mu\varphi_0 \Rightarrow \eta\mu\varphi_0=\frac{1}{2}$

$\Rightarrow \left\{\begin{array}{l}\varphi_0=2k\pi+\frac{\pi}{6}\\ \varphi_0=2k\pi+\pi-\pi/6\end{array}\right\} \xrightarrow{k=0} \left\{\begin{array}{l}\varphi_0=\frac{\pi}{6}\\ \varphi_0=5\pi/6\end{array}\right.$ δεκτή αφού υ<0

$\varphi_0=\omega\Delta t$ ή $\Delta t=\varphi_0/\omega=5/60\,s$, $\Delta x=\upsilon\Delta t$ ή $\upsilon=\frac{\Delta x}{\Delta t}=1m/s$, $\upsilon=\lambda f \Rightarrow \lambda=0{,}2m$

β) $t_0=-5/60\,s$

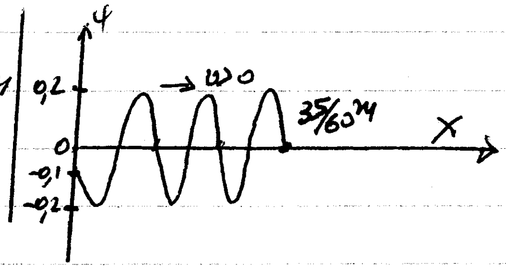
γ) $\psi_0=A\eta\mu\,\omega(t-t_0)$ ή $\psi_0=0{,}2\eta\mu(10\pi t+\frac{5\pi}{6})$ S.I

$\psi(x,t)=0{,}2\,\eta\mu(10\pi t-10\pi x+\frac{5\pi}{6})$ (S.I)

δ) Εξίσωση του στιγμιότυπου την $t=0{,}5s$ $\psi(x)=0{,}2\eta\mu(5\pi-10\pi x+\frac{5\pi}{6})$

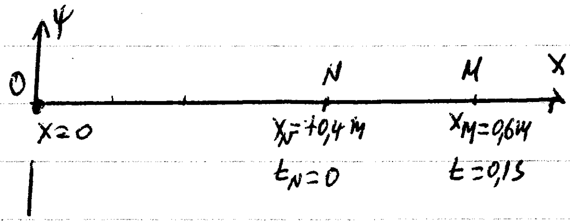
$\Rightarrow \psi=0{,}2\eta\mu(5\pi-10\pi x+\pi-\pi/6) \Rightarrow \psi=-0{,}2\eta\mu(10\pi x+\frac{\pi}{6})$ (S.I)

- Την $t=0$ το κύμα έχει φθάσει στη θέση $5\pi-10\pi x+5\pi/6=0 \Rightarrow x=\frac{35}{60}m$
- $\frac{x}{\lambda}=\frac{35}{12}$ ή $x=2\lambda+\frac{11}{12}\lambda$
- Την $t=0{,}5s$ αρχή $O(x=0)$ έχει $\psi=-0{,}1m$ και $\upsilon>0$



11.9.84 α) Προσοχή! Εδώ υπάρχει αρχική φάση. Αν δεν υπήρχε αρχική φάση το κύμα σε χρόνο $t=0{,}1s$ θα είχε διαδοθεί κατά $\Delta x=\upsilon\Delta t=2\cdot 0{,}1=0{,}2m$ δηλαδή θα ήταν στη θέση $x_N=0{,}2m<0{,}6m$

Άρα το κύμα την $t=0$ είναι στη θέση $x_N=+0{,}4m$.



$\Delta t_{ON}=\frac{\Delta x}{\upsilon}=\frac{0{,}4}{2}=0{,}2s$, άρα το σημείο $O(x=0)$ αρχίζει να ταλαντώνεται την $t_0=-0{,}2s$

$\psi_0(t)=0{,}2\eta\mu[10\pi(t+0{,}2)]$ ή $\psi_0(t)=0{,}2\eta\mu(10\pi t+2\pi)$

$\psi(x,t)=0{,}2\eta\mu(10\pi t-5\pi x+2\pi)$ ... Διαφορετικά

... $\psi(x,t)=0{,}2\,\eta\mu(10\pi t-5\pi x+\varphi_0) \xrightarrow[x=0{,}6m,\ \psi=0]{t=0{,}1s}$

$0=0{,}2\,\eta\mu(\pi-3\pi+\varphi_0) \rightarrow \varphi_0=2\pi$

11.9.85 α) $f = \frac{v}{\lambda} = 5Hz$ και $\omega = 10\pi\, rad/s$

$v_{max} = \omega A \rightarrow A = \frac{6{,}28}{10\pi} \Rightarrow A = 0{,}2m$

$T = \frac{1}{f} \Rightarrow T = 0{,}2s$

β) $\psi(x,t) = A\eta\mu(\omega t - \frac{2\pi x}{\lambda} + \varphi_0)$ ή $\psi(x,t) = 0{,}2\eta\mu(10\pi t - 10\pi x + \varphi_0)$

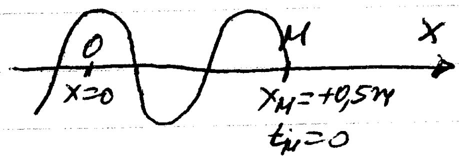
Για $t = 0{,}2s$, $x_M = 0{,}1m$, $\psi_M = -0{,}1m$ και $v_M < 0 \rightarrow -0{,}1 = 0{,}2\eta\mu(\pi + \varphi_0)$

$\rightarrow \eta\mu(\pi + \varphi_0) = -1/2 \Rightarrow \begin{cases} \pi + \varphi_0 = 2k\pi + \pi + \frac{\pi}{6} \xrightarrow[\text{πρώτη φορά}]{v<0,\ k=0} \varphi_0 = \pi/6 \\ \pi + \varphi_0 = 2k\pi - \pi/6 \ \ldots \text{δίδει } v > 0 \end{cases}$

... άρα $\psi(x,t) = 0{,}2\eta\mu(10\pi t - 10\pi x + \frac{\pi}{6})$

γ) Το σημείο που έχει εξίσωση $\psi = A\eta\mu(\omega t)$ ή $\psi = 0{,}2\eta\mu(10\pi t)$ είναι στη θέση $10\pi x = \frac{\pi}{6}$ ή $x = \frac{1}{60}m$.

11.9.86 α) $\psi_M = A\eta\mu(\omega t) \Rightarrow \psi_M = 0{,}1\eta\mu(10\pi t)$



β) $\Delta t = \frac{\Delta x}{v} = \frac{0{,}5}{1} = 0{,}5s$, το σημείο O(x=0) αρχίζει να ταλαντώνεται την $t_0 = -0{,}5s$ $\quad \psi_0(t) = 0{,}1\eta\mu 10\pi(t - t_0) \Rightarrow \psi_0(t) = 0{,}1\eta\mu(10\pi t + 5\pi)$

γ) $\lambda = v/f \Rightarrow \lambda = 0{,}2m$

$\psi(x,t) = 0{,}1\eta\mu(10\pi t - 10\pi x + 5\pi)$ (S.I)

11.9.87. $\psi_0 = 0{,}2\eta\mu(10\pi t + \varphi_0) \xrightarrow[\psi_0 = +0{,}2 \text{ πρώτη φορά}]{t=0} \varphi_0 = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \xrightarrow[\text{πρώτη φορά}]{k=0} \varphi_0 = \frac{\pi}{2}$

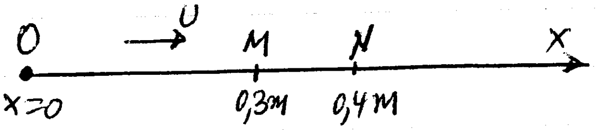
$\omega = 10\pi \Rightarrow f = 5Hz$, $T = \frac{1}{f} = 0{,}2s$

α) $v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\Delta x}{T/2} = \frac{0{,}4m}{0{,}1s} \Rightarrow v = 4m/s$

β) $v = \lambda f \Rightarrow \lambda = v/f$ ή $\lambda = 0{,}8m$

$\psi(x,t) = A\eta\mu(\omega t - \frac{2\pi x}{\lambda} + \varphi_0) \rightarrow \psi(x,t) = 0{,}2\eta\mu(10\pi t - 2{,}5\pi x + \frac{\pi}{2})$ S.I

γ)



$\psi_N = 0{,}2\eta\mu(10\pi t - 2{,}5\pi \cdot 0{,}4 + \frac{\pi}{2})$

$\Rightarrow \psi_N = 0{,}2\eta\mu(10\pi t - 0{,}5\pi)$.

Το σημείο N αρχίζει να ταλαντώνεται τη χρονική στιγμή $10\pi t_1 - 0{,}5\pi = 0$ ή $t_1 = 0{,}05s$

$y_M = 0,2ημ(10πt - 0,75π + π/2)$ ή $y_M = 0,2ημ(10πt - 0,25π) \xrightarrow{t=0,05s}$

$\Rightarrow y_M = 0,2ημ(0,25π) = 0,2\frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow y_M = 0,1\sqrt{2}$ m

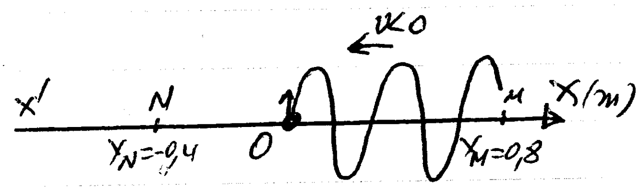
$υ_M = 2π\,συν(10πt - 0,25π) \xrightarrow{t=t_1} υ_M = 2π\frac{\sqrt{2}}{2}$ ή $υ_M = π\sqrt{2}$ m/s

$α_M = -ω^2 y_M = -(10π)^2 \cdot 0,1\sqrt{2}$ ή $α_M = -100\sqrt{2}$ m/s²

δ) βλ. παραδείγματα

11.9.88. $λ = \frac{υ}{f} = 0,2m$

$ω = 2πf = 20π \frac{rad}{s}$



A) $y_0(t) = Aημ(ωt) \Rightarrow$

$y_0(t) = 0,1ημ(20πt)$.

B) $y(x,t) = 0,1ημ(20πt + 10πx)$ (S.I) (1)

Γ) α) $Δt_{MO} = \frac{0,8}{2} = 0,4\,s \rightarrow t_M = -0,4\,s$ $\quad Δt_{ON} = \frac{0,4}{2} = 0,2\,s \rightarrow t_N = +0,2\,s$

β) $y_M = 0,1ημ(20πt + 8π)$, $\quad y_N = 0,1ημ(20πt - 4π)$

Οι εξισώσεις αυτές προκύπτουν από τη (1) με αντικατάσταση

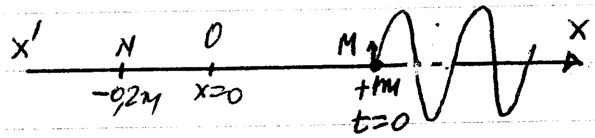
$x_M = +0,8m$ ή $x_N = -0,4m$ ... ή ...

$y_M = 0,1ημ20π(t - t_M)$ και $y_N = 0,1ημ20π(t - t_N)$ ...

11.9.89. $λ = υ/f = 0,8m$ $\quad ω = 10π$ rad/s

α) $Δt = \frac{Δx}{υ} = \frac{1m}{4m/s} = 0,25\,s$

άρα $t_0 = +0,25\,s$



β) $y_0 = 0,2ημ10π(t - t_0)$ ή

$y_0 = 0,2ημ(10πt - 2,5π)$ και $y(x,t) = 0,2ημ(10πt + \frac{2πx}{λ} - 2,5π)$ ή

ή $y(x,t) = 0,2ημ(10πt + 2,5πx - 2,5π)$ ... διαφορετικά

$y(x,t) = 0,2ημ(10πt + 2,5πx + φ_0) \xrightarrow[x=+1m,\ y=0]{t=0} 0 = 0,2ημ(2,5π + φ_0)$

$\Rightarrow 2,5π + φ_0 = 0$ ή $φ_0 = -2,5π$

γ) $y_0 = 0,2ημ(10πt - 2,5π) = -0,2$ ή $10πt - 2,5π = 2kπ + 3π/2$ ή $10πt = 2kπ + 4π$ (1)

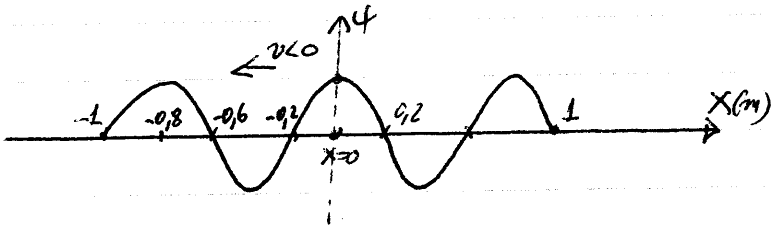
$y_N = 0,2ημ(10πt + 2,5π(-0,2) - 2,5π) \Rightarrow y_N = 0,2ημ(10πt - 3π) \xrightarrow{(1)}$

$y_N = 0,2ημ(2kπ + π) \rightarrow y_N = 0$.

δ) εξίσωση του στιγμιότυπου κύματος τη $t = 0,5\,s$ →

$y(x)=0,2ημ(5π+2,5πx-2,5π) \Rightarrow y(x)=0,2συν(2,5πx)$

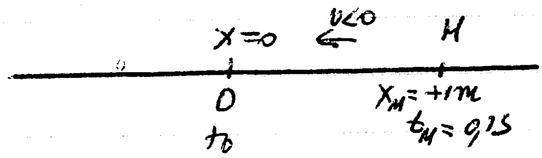
- Το κύμα την $t=0,5s$ έχει φθάσει στη θέση $5π+2,5πx-2,5π=0 \Rightarrow x=-1m$
-



1.9.90 α) $y_M = Aημω(t-t_M)$

$\Rightarrow y_M=0,2ημ20π(t-0,1)$

$\Rightarrow y_M=0,2ημ(20πt-2π)$ (S.I)



β) $Δt=\frac{|Δx_{MO}|}{υ} \Rightarrow Δt=\frac{1m}{5m/s}$ ή $Δt=0,2s$

$\Rightarrow t_O-t_M=0,2$ ή $t_O=0,3s$, $y_O(t)=0,2ημ20π(t-t_O)$ ή

$y_O(t)=0,2ημ(20πt-6π)$ (S.I)

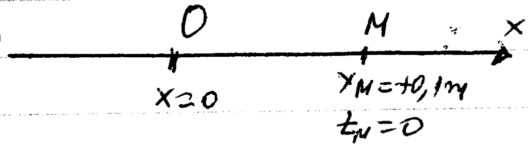
γ) $y(x,t)=0,2ημ(20πt+\frac{2πx}{λ}-6π)$ ή $y(x,t)=0,2ημ(20πt+4πx-6π)$

... ή $y(x,t)=0,2ημ(20πt+4πx+φ_0) \xrightarrow[y=0]{t=0,1\quad x=+1}$

$\Rightarrow ημ(2π+4π+φ_0)=0 \rightarrow φ_0=6π$.

Σε τέτοιες ασκήσεις μπορείτε με την αντίστροφη μέθοδο να βρείτε την $y=f(x,t)$ και μετά θέτοντας $x=0$ ή $x=+1m$ να απαντήσετε στα ερωτήματα (β) και (α)

11.9.91. α) $y_M=Aημ(ωt)$ ή $y_M=0,1ημ(8πt)$



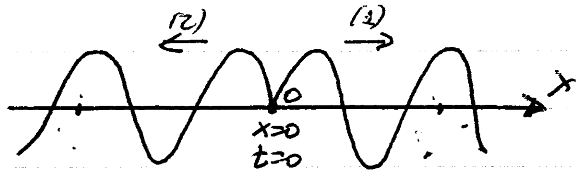
β) $Δt_{MO}=\frac{|MO|}{|υ|}=\frac{0,1}{0,8}=\frac{1}{8}s \rightarrow t_O=\frac{1}{8}s$

$y_O=0,1ημ8π(t-\frac{1}{8})$ ή $y_O=0,1ημ(8πt-π)$ (S.I)

γ) $y(x,t)=0,1ημ(8πt+\frac{2πx}{λ}-π)$ ή $y(x,t)=0,1ημ(8πt+10πx-π)$

11.9.92 α) $\omega=10\pi \frac{rad}{s} \Rightarrow f=5Hz$

$\upsilon=\lambda f$ ή $\lambda=\frac{\upsilon}{f}$ ή $\lambda=0,2m$



β) $\psi_1(x,t)=0,2\eta\mu(10\pi t-10\pi x)$ (SI)

$\psi_2(x,t)=0,2\eta\mu(10\pi t+10\pi x)$ (SI)

γ) $\psi_M=0,2\eta\mu(10\pi t+10\pi\cdot(-0,8))=0,2\eta\mu(10\pi t-8\pi)$ ή $\psi_M=0,2\eta\mu(10\pi t)$

$\psi_N=0,2\eta\mu(10\pi t-10\pi\cdot 0,5)$ ή $\psi_N=0,2\eta\mu(10\pi t-5\pi)$ ή ψ_N $0,2\eta\mu(10\pi t$ $\Big\} \Rightarrow$

$\Rightarrow \psi_M=-\psi_N \ \forall t$

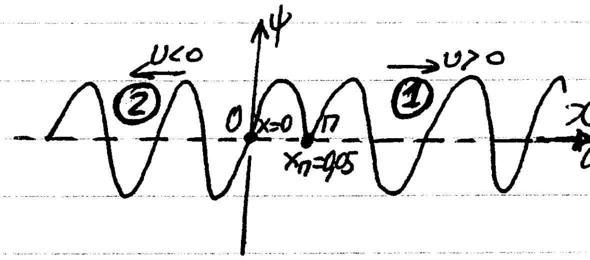
$E=\frac{1}{2}DA^2=\frac{1}{2}m\omega^2A^2=\frac{1}{2}\cdot m\cdot 100\pi^2\cdot 0,04 \Rightarrow E=40m$ ή $\frac{E}{m}=40 J/kg$

$K_M/m=15 J/kg$ ... άρα $U_M/m=5 J/kg$ και επειδή $\psi_M=-\psi_N \Rightarrow U_M=U_N$

άρα και $U_N/m=5 J/kg$

11.9.93 α.) $\omega=10\pi\ rad/s \Rightarrow f=5Hz$, $10\pi x=\frac{2\pi x}{\lambda} \Rightarrow \lambda=0,2m$ $\Big\} \Rightarrow \upsilon=\lambda f=1m/s$ ή $\upsilon=1m/s$

β.) $\psi_1(x,t)=0,1\eta\mu(10\pi t-10\pi x+\frac{\pi}{2})$



Αφού η πηγή αρχίζει να ταλαντώνεται τη χρονική στιγμή $t=0$ έχει εξίσωση της μορφής

$\psi_\Pi=A\eta\mu(\omega t)$ ή $\psi_\Pi=0,1\eta\mu(10\pi t)$. Για να γίνεται όπως αυτό πρέπει $-10\pi x_\Pi+\pi/2=0 \Rightarrow x_\Pi=0,05m$

γ) $\psi_2(x,t)=0,1\eta\mu(10\pi t+10\pi x+\varphi_0)$. Για $x=0,05m$, $t=0$ έχουμε $\psi_2=0 \wedge \upsilon_2>0$ άρα $0=0,1\eta\mu(0,5\pi+\varphi_0)$ ή $\sigma\upsilon\nu\varphi_0=0$ από όπου $\varphi_0=\frac{\pi}{2}$ ή $\varphi_0=-\pi/2$ δεκτή η $\varphi_0=-\pi/2$ διότι αυτή την $t=0$ στη $x=0,05m$ δίδει $\upsilon>0$

Πράγματι $\upsilon_2(x,t)=\pi\sigma\upsilon\nu(10\pi t+10\pi x+\varphi_0) \xrightarrow[x=0,05]{t=0} \upsilon_2=\pi\sigma\upsilon\nu(0,5\pi+\varphi_0)$

Αν $\varphi_0=\frac{\pi}{2}$ $\upsilon_2=\pi\sigma\upsilon\nu\pi<0$ και αν $\varphi_0=-\frac{\pi}{2}$ $\upsilon_2=\pi\sigma\upsilon\nu 0>0$

άρα $\psi_2(x,t)=0,1\eta\mu(10\pi t+10\pi x-\frac{\pi}{2})$.

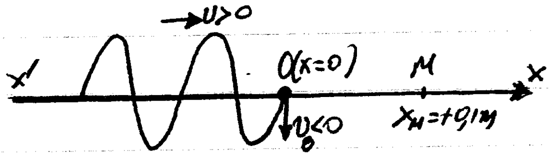
... και διαφορετικά. –

Το σημείο $O(x=0)$ αρχίζει να ταλαντώνεται ύστερα από $\Delta t = \frac{(OO')}{|\upsilon|} = \frac{0{,}05m}{1m/s}$ ή $\Delta t = 0{,}05s$ δηλαδή τη χρονική στιγμή $t_0 = +0{,}05s$

Άρα η εξίσωση ταλάντωσης της $O(x=0)$ είναι $y_0 = 0{,}1\eta\mu 10\pi(t - t_0)$ ή $y_0 = 0{,}1\eta\mu 10\pi(t - 0{,}05)$ ή $y_0 = 0{,}1\eta\mu(10\pi t - \pi/2)$.
Έτσι η εξίσωση $y_2(x,t)$ είναι $y_2(x,t) = 0{,}1\eta\mu(10\pi t - \frac{\pi}{2} + \frac{2\pi x}{\lambda})$
$\Rightarrow y_2(x,t) = 0{,}1\eta\mu(10\pi t + 10\pi x - \pi/2)$ (S.I)

11.9.94. $\lambda = 0{,}2m$, $f = 5Hz$, $\upsilon = \lambda f = 1m/s$ και $\omega = 10\pi \frac{rad}{s}$

α) ~~Επειδή~~ το $O(x=0)$ έχει $\upsilon<0$ και αρχίζει να ταλαντώνεται την $t=0$ έχει εξίσωση
$y_0 = 0{,}2\eta\mu(10\pi t + \pi)$ (S.I)



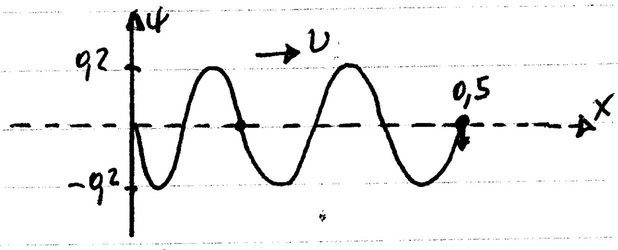
β) $y(x,t) = 0{,}2\eta\mu(10\pi t + \pi - \frac{2\pi x}{\lambda})$ ή
$y(x,t) = 0{,}2\eta\mu(10\pi t - 10\pi x + \pi)$

γ) $y_M(t) = 0{,}2\eta\mu(10\pi t - 10\pi \cdot 0{,}1 + \pi)$ ή
$y_M(t) = 0{,}2\eta\mu(10\pi t)$

δ) Εξίσωση στιγμιότυπου την $t = 0{,}5s$
$y(x) = 0{,}2\eta\mu(5\pi - 10\pi x + \pi)$ ή
$y(x) = -0{,}2\eta\mu(10\pi x)$

- Το κύμα την $t = 0{,}5$ έχει φθάσει στη θέση $x = \upsilon t = 1\frac{m}{s} 0{,}5s$ ή $x = 0{,}5m$
- $\frac{x}{\lambda} = \frac{0{,}5}{0{,}2} \Rightarrow x = 2{,}5\lambda$

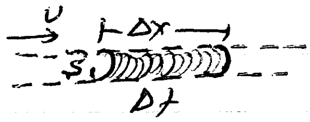
Σ' αυτή την περίπτωση
- κάθε υλικό σημείο όταν αρχίζει να ταλαντώνεται έχει φάση π, $y=0$, $\upsilon<0$
- Το κύμα έχει φθάσει εκεί όπου $\varphi = \pi$
- Ο "λοβός" είναι κάτω από τον $x'x$
- Το σημείο που αρχίζει να ταλαντώνεται τη $t=0$ έχει $y = A\eta\mu(\omega t + \pi)$



11.9.95 α) $y = 0{,}2\eta\mu(10\pi t - 2\pi x)$

$\left.\begin{array}{l} A = 0{,}2m \quad \omega = 10\pi \Rightarrow f = 5Hz \\ 2\pi x = \frac{2\pi x}{\lambda} \Rightarrow \lambda = 1m \end{array}\right\} \upsilon = \lambda f = 5m/s$

β) Η ισχύς με την οποία μεταφέρει ενέργεια το κύμα δίδεται από τη σχέση $P = \frac{\Delta E}{\Delta t}$ (1)



όπου ΔE η συνολική ενέργεια που έχουν τα μόρια του ελαστικού μέσου που είναι στο τμήμα $\Delta x = \upsilon \Delta t$ και το οποίο έχει διεγερθεί σε ταλάντωση μέσα σε χρόνο Δt λόγω διάδοσης του κύματος. Αν N το πλήθος των φορέων που είναι στο παραπάνω τμήμα, m η μάζα κάθε φορέα και $E=\frac{1}{2}DA^2$ η ενέργεια ταλάντωσης κάθε φορέα, γράφουμε

$\Delta E = N\cdot E = N\cdot\frac{1}{2}DA^2 = N\cdot\frac{1}{2}m\omega^2A^2 = \frac{1}{2}(Nm)\omega^2A^2 = \frac{1}{2}\Delta m\cdot\omega^2A^2$ (2) όπου Δm η μάζα του τμήματος του μέσου μήκους Δx.

Αν ρ η πυκνότητα του μέσου και S το εμβαδόν της διατομής έχουμε $\Delta m = \Delta V\rho = S\cdot\Delta x\,\rho = \rho S\cdot\upsilon\Delta t$ (3)

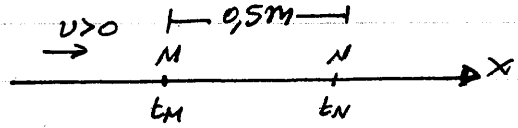
Από (1), (2), (3) έχουμε

$$P=\frac{\Delta E}{\Delta t}=\frac{\frac{1}{2}\rho S\upsilon\Delta t\cdot\omega^2A^2}{\Delta t} \text{ ή } P=\frac{1}{2}\rho S\cdot\upsilon\,\omega^2A^2 \Rightarrow P=1{,}2W$$

11.9.96 α) $y_M=0{,}1\eta\mu(5\pi t-0{,}5\pi)$

$\omega=5\pi \Rightarrow f=2{,}5Hz$, $\lambda=0{,}2m$

$\upsilon=\lambda f$ ή $\upsilon=0{,}5m/s$



Αν το M αρχίζει να ταλαντώνεται την t_M η εξίσωσή του είναι $y_M=0{,}1\eta\mu 5\pi(t-t_M)=0{,}1\eta\mu(5\pi t-5\pi t_M)$. Με απλή σύγκριση έχουμε $5\pi t_M=0{,}5\pi$ ή $t_M=0{,}1s$

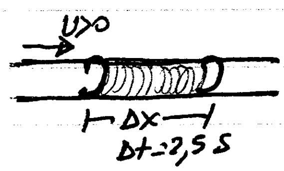
β) Το N διεγείρεται σε ταλάντωση ύστερα από χρόνο $\Delta t=\frac{(MN)}{\upsilon}=\frac{0{,}5m}{0{,}5m/s}$ ή $\Delta t=1s$ δηλ. τη χρονική στιγμή $t_N=1{,}1s$

άρα $y_N=0{,}1\eta\mu 5\pi(t-t_N)$ ή $y_N=0{,}1\eta\mu(5\pi t-5{,}5\pi)$ (SI)

γ)

$E_{ολ}=N E=N\frac{1}{2}DA^2=N\frac{1}{2}m\omega^2A^2$ ή

$E_{ολ}=\frac{1}{2}\Delta m\cdot\omega^2A^2$ ή



$E_{ολ}=\frac{1}{2}\rho^*\Delta x\,\omega^2A^2$ ή $E_{ολ}=\frac{1}{2}\rho^*\cdot\upsilon\cdot\Delta t\cdot\omega^2A^2$

$\Rightarrow E_{ολ}=\frac{1}{2}\cdot 0{,}05\frac{kg}{m}\cdot 0{,}5\frac{m}{s}\cdot 2{,}5s\cdot(5\pi\frac{rad}{s})^2\cdot(0{,}1m)^2 \simeq 0{,}78125J$